RÉDUCTION PUIS RÉSOLUTION DU TEMPS LOGIQUE EN TANT QUE TEL

ou de l'assertion et de l'assertion de certitude anticipée

par JEAN MICHEL VAPPEREAU

"Bref il suffit de rappeler que la bipolarité se trahit essentielle à tout ce qui se propose des termes d'un savoir.

Ce qu'y ajoute l'inconscient, c'est de la fournir d'une dynamique de la dispute qui s'y fait par une suite de rétorsions à ne pas manquer de leur ordre qui fait du corps table de jeu."

J.Lacan "Radiophonie"[1]

Première partie

RÉDUCTION DU TEMPS LOGIQUE

LE CAS ORDONNÉ RÉSOLU EN LOGIQUE CLASSIQUE

0. **Une définition**

Pour deux nombres entiers n et i, avec n $\in$ N tel que $2 \leq n$ et i $\in$ N* tel que $1 \leq i \leq n$, écrivons, la définition de l'expression du terme de base qui va nous servir en permanence,

$$\textbf{(1)} \qquad A_{i-1} = A_i^n \underset{\text{def}}{=} [\neg(\bigwedge_{j=i}^{j=n} p_j)].$$

Cette expression se présente comme la négation, notée : $\neg$, d'une série de conjonctions, notées : $\wedge$, dont les termes sont indexés par le chiffre j, $i \leq j \leq n$, grâce à un caractère qui écrit leur récurrence en fonction de cet indice, constructible en théorie des ensembles : un mathème effectif. C'est dire que nous faisons usage d'une phase de la construction de la logique[2] déjà assez élaborée.

Notons que l'indice n étant une constante de notre problème nous ne l'indiquons pas à toutes les étapes parce qu'elles ne différent entre elles que par l'indice variable i. Nous indexons ces étapes par l'indice (i-1) car nous verrons qu'elles commencent par l'étape notée : 0, avec un axiome dont l'indice j parcours les nombres de 1 à n,

$$A_0 = A_1^n \underset{\text{def}}{=} [\neg(\bigwedge_{j=1}^{j=n} p_j)]$$

qui remplit un rôle spécifique et qui précède l'étape 1 où va intervenir le premier prisonnier. Ainsi cette étape préalable se trouve écrite de manière uniforme parmi les autres du fait que (1-1 = 0).

Les propositions notées p_j sont des termes primitifs du calcul de la coordination logique[3] dont nous allons voir plus loin à quel type d'expressions, analysables dans la langue[4], elles se réfèrent pour notre problème.

---

[1] Scilicet 2/3 p.77 et AUTRES ÉCRITS, Seuil, 2002 Paris, désormais ÉCRITS (volume 2) page 425.

[2] J. M. Vappereau Nons, Logique, théorie des ensembles et topologie générale, fascicule de résultats n°0, (en chantier) dont on peut lire quelques fragments à l'adresse de la page http://jeanmichel.vappereau.free.fr/.

[3] Il s'agit du Calcul des Propositions (C.P.) de la logique canonique classique au sens de Tarski. Il est ainsi désigné d'une manière impropre du fait qu'il s'agit aussi du Calcul des Concepts, indifférent aux variations d'un calcul à l'autre. Cette désignation impropre est venu surtout masquer, pendant longtemps, qu'ils sont mis en exercice conjointement dans le système d'écriture des prédicats kantifiés au premier ordre et se composent de telle manière qu'elle devrait éveiller notre curiosité. Dans un énoncé comme celui-ci par exemple

$$(\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow (\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)))$$

où les deux occurrences de la conjonction de coordination notée : $\wedge$, qui se lit "et", coordonne des énoncés de structures et de fonctions bien différentes, puisque dans le premier cas il s'agit de deux concepts P(x) et Q(x), Passons à l'utilisation de cette expression afin de formuler les conditions de notre problème, le problème lui-même et sa résolution.

1. **Les conditions du problème**

Ici, les propositions de langue auxquelles se réfèrent notre système d'écriture logique et mathématique doivent être précisées pour que l'expression définie au début remplisse leur fonction, dans l'expression des axiomes initiaux par exemple afin de pouvoir exercer une logique déductive à partir de ces données.

Nous devons définir, afin de pouvoir utiliser notre formule de base, le sens des propositions p_j qui apparaissent dans son énoncé. Ces propositions introduisent dans la formulation écrite du problème une première condition.

On fait porter dans le dos, à tous les prisonniers, un disques noir ou blanc de telle manière qu'il ne le voit pas et ne puisse pas le voir.

Définition des propositions singulières

Les propositions p_j marquent la place des phrases du type : « Le disque porté par le prisonnier j est noir. »

Ces expressions deviennent : « Je porte un disque noir. », lorsque c'est le prisonnier j lui-même qui la prononce à son propos, à moins de se refuser ou de ne pas ateindre à la pratique des moyens *déictiques* de la langue[5].

---

alors que dans le second cas il s'agit de deux propositions ∀xP(x) et ∀xQ(x), analysées certes, mais qui justement sont écrites par des lettres p et q dans le fameux Calcul (C.P.) des fameuses Propositions non analysées.

Que les professeurs de logique n'insistent pas p)lus sur ce dédoublement de ce système d'écriture consistant et complet, sur l'articulation mutuelle et sur ses conséquences en direction de l'incomplétude reste surprenant. Le premier ouvrage de cours, en langue française, qui commence à tenir compte, à notre connaissance, de ce fait reste *Introduction à la Logique* de F. Rivenc où l'auteur désigne ce calcul comme *Calcul des énoncés* afin d'y situer les deux calculs des *propositions* et des *concepts* (prédicats) dans le même registre avant de les articuler conjointement.

4 Ceci dit pour les grincheux qui refusent que l'emploie de la logique mathématique soit praticable afin d'analyse de la langue, malgré le fait incontestable que nous sommes le premier à reconnaître, que cette logique a été conçue, et qu'elle soit spécialement bien faite, pour les mathématiques.

C'est une première étape et une première période de la logique contemporaine qu'il faut prolonger d'une autre manière que dans la niaiserie coutumière des puceaux des lettres académiques aujourd'hui arc boutés avec leur positivisme logique contre tout développement structural et non empirique ou non phénoménologique, non réaliste selon eux, de la logique.

Cette précision n'a de valeur que historique mais la situation réactionnaire qu'elle décrit, hors du fait qu'elle peut durer quelques temps encore et toujours revenir, montre bien un cas de résistance des plus intéressant à analyser, puisqu'il s'agit de rejeter (psychose) et de s'opposer (politiquement) à la fin du siècle vingt (à peu prés depuis 1975)à des découvertes déjà anciennes (comme celle du phonème datant de la fin du siècle dix-neuf) qui ont déjà fait la modernité de l'époque précédente, auxquelles le seul reproche qui leur est dressée pour les abandonner et cesser de les développer reste de ne pas avoir satisfait un Idéal de totalisation justement catastrophique que les mêmes critiques prétendent combattre.

5 Il s'agit, ici, d'un bel exemple par sa simplicité, de ce que l'on nous refuse, jusque dans le discours analytique et même autour de J. Lacan, du fait d'une systématisation ridicule et cruelle, folle, de la méconnaissance, du genre de celle d'une cuisinière qui utiliserait un livre de cuisine à la lettre sans aucune variante, improvisation, inversion, sous prétexte de croire au caractère normatif des recettes de ce type d'ouvrage.

Alors que notre pratique des dérivations informelles, dont G. Deleuze se félicite de ne les rencontrer que chez les logiciens anglais comme L. Carroll et B. Russe, est l'enjeu de LA LOGIQUE DU SENS dirigé contre la bêtise de l'hégémonie de la syntaxe (dite aussi imbécilité artificielle). Mais où ce romancier se leurre sur une pente le faisant glisser, malgré les stoïciens et Spinoza, dans un style entre terrorisme et romantisme vitaliste qui le transforme en une référence pour les réactionnaires d'aujourd'hui. Notre méthode le garderaient de cette

Dans ce cas spécifique la négation va nous servir à écrire que les disques sont blancs,

Définition spécifique de la négation

Les propositions $\neg\, p_j$ marquent la place des phrases du type : « Le disque porté par le prisonnier j est blanc. »

En effet, l'absence d'autres couleurs des données du problème nous assure que si un disque n'est pas noir alors il est blanc. Ainsi l'expression $\neg\, p_j$ qui, du fait de la négation, indique la place de la phrase niée dans la langue : « Le disque porté par le prisonnier j n'est pas noir. », nous sert aussi bien à indiquer l'emploie de la phrase : « Le disque porté par le prisonnier j est blanc. ».

Grâce à cette précision nous pouvons formuler la condition principale du problème qui va se poser, sous la forme d'un unique axiome.

Il manque un disque noir (n-1 en nombre) alors qu'il est entendu qu'il y a autant de disque blancs que de prisonniers, soit : $n \in N, n \geq 2$.

l'axiome de l'instant du regard

$$A_0 = A_1^n.$$

Cet axiome écrit la principale condition déterminante pour tous, conséquence du fait qu'il y a (n-1) disques noirs à répartir dans le dos des n prisonniers alors qu'elle ne dit rien des n disques blancs, c'est une chose entendue.

Par ailleurs on nous dit qu'un disque blanc est placer sur les épaules de chacun.

Pour plus de précision encore, l'axiome énonce que « Les disques ne sont pas tous noirs », en fait, par la négation initiale qu'il présente dans sa syntaxe sous la forme qui nie la conjonction logique que chacun porte un disque noir dans le dos. le premier et le second et ... ainsi de suite ... jusqu'au $n^{\text{ème}}$, le dernier.

Commentaire portant sur *l'instant du regard* (du point de vue élémentaire de la logique)

Il nous faut ajouter un commentaire pour expliquer comment la logique permet d'étayer le choix de cette ce syntagme dans la langue, pour désigner cette condition dont nous faisons un axiome.

Notre commentaire repose sur le rappel d'une thèse de logique classique, la voici,

$$[\neg\, (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg\, q)]$$

que le lecteur peut évaluer comme thèse grâce à sa table de vérité et lire comme une définition remarquable de ce en quoi consiste la négation de l'implication.

Par les lois qui régissent l'emploi de la négation classique et la commutativité de l'équivalence logique, nous obtenons une si légère transformation de cette thèse en

$$[\neg\, (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg\, q)]$$

qu'elle va se rapprocher de la structure de notre expression de base.

Cette transformation se justifie du fait que le caractère de négation se déplace en vertu de la loi qui veut qu'une double négation classique vaut pour une affirmation.

Il suffit, dans l'expression de la thèse,

---

dérive à laquelle nous ne pouvons qu'opposer à l'heure actuelle Freud et Lacan avec la rigueur littérale propre à leur psychanalyse. Lire sur ce point T. Mann qui compare déjà dans les années trente pour les commenter les utilisations opposées qui sont faites d'un Nietzsche caricaturé à cette époque et de Freud.

- de substituer[6] $\neg q$ à q et
- de nier les deux membres de l'équivalence, en effet,

$$(\neg q\,!q)\,[\neg\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)] \text{ donne } [\neg\neg(p \Rightarrow \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg\neg q)]$$

ceci donne par suppression des doubles négations ainsi introduites

$$[(p \Rightarrow \neg q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge q)]$$

suit la commutation autour du caractère de l'équivalence.

Notre commentaire commence alors par la réécriture de l'axiome A_0 en utilisant cette thèse classique que nous venons de transformer en

$$[\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)].$$

Ainsi transcrite elle permet d'introduire une implication dans une série de conjonction moyennant un emploi judicieux de négations appropriées, c'est ce que nous voulons effectuer dans la formule de l'axiome qui utilise notre première expression de base définie au début.

Nous allons effectuer cette transcription dans le cas plus simple de la négation de la triple conjonction suivante

$$\neg(p \wedge q \wedge r)$$

qui peut se réécrire avec des parenthèses supplémentaires et en changeant l'ordre des lettres par associativité et par commutativité de la conjonction,

$$[\neg(p \wedge q \wedge r) \Leftrightarrow \neg((q \wedge r) \wedge p)].$$

Pour atteindre le résultat que nous visons en utilisant la thèse citée précédemment il nous faut et il suffit de l'utiliser en y pratiquant deux substitutions
- de $(q \wedge r)$ à p et
- de p à q, pour former le cas suivant de cette loi logique

$$((q \wedge r) \mid p)\,(p \mid q)\,[\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \neg q)]$$

substitution qui donne une fois effectuées

$$[\neg((q \wedge r) \wedge p) \Leftrightarrow ((q \wedge r) \Rightarrow \neg p)].$$

Grâce à cette la thèse, ainsi utilisée, la structure de l'axiome se transforme d'une négation de conjonctions en une implication,

$$[\neg(p \wedge q \wedge r) \Leftrightarrow ((q \wedge r) \Rightarrow \neg p).$$

à quoi il faut ajouter la clause déductive dite de détachement (Modus Ponens)

$$\text{Si } ((q \wedge r) \Rightarrow \neg p) \text{ et } \neg p, \text{ alors } \neg p$$

pour pouvoir apprécier la lecture que nous pouvons faire de $\neg(p \wedge q \wedge r)$ comme exemplaire de la condition dite de *l'instant du regard*, notre axiome.

À la hauteur de trois termes liés par conjonction le détachement (M.P.) donne le moyen de lire que ce type de formules produit immédiatement à la vue de $(q \wedge r)$ une conclusion $\neg p$,

$$\text{Si } \neg(p \wedge q \wedge r) \text{ et } (q \wedge r), \text{ alors } \neg p.$$

puisque cette expression $\neg(p \wedge q \wedge r)$ est équivalente à l'implication $((q \wedge r) \Rightarrow \neg p)$.

Avec l'axiome, auquel il faut se reporter maintenant au moyen de notre formule initiale, se lit la même chose. Le constat d'une situation faite de la conjonction des disques noirs dans le dos de tous les autres correspond en *un instant,* en un clin d'œil, au fait qu'*un instant du regard* suffit pour conclure.

---

[6] Nous employons le type d'écriture suivant (Q!p)P devant une formule P, pour écrire la substitution de Q à toutes les occurrences de p dans le corps de P.

Ce que nous constatons ici en fonction de la clause déductive car nous venons de voir que ce détachement se produit avec l'expression présentant la structure syntaxique de l'axiome A_0 ou de toute formule A_i qui suit notre définition. Elle se résume en une négation de conjonctions.

Nous ajoutons pour être précis qu'il faut lire dans l'axiome

$$A_0 = A_1^n = \neg\,(\bigwedge_{j=1}^{j=n} p_j).$$

une répétition de conjonctions récurrentes, sur n termes, présentant la structure syntaxique ici réduite à trois termes

$$\neg\,(p \wedge q \wedge r).$$

Lu ainsi, cet axiome est susceptible, si l'on suit les conséquences de ce que nous venons de monter de la transformation qui fait apparaître une implication dans son énoncé

$$A_0 = A_1^n = \neg\,(\bigwedge_{j=1}^{j=n} p_j) = ((\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j) \Rightarrow \neg\, p_1)$$

où apparaît le terme $\neg\, A_1 = \neg\, A_2^n = (\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j)$.

Ce commentaire va nous servir immédiatement dans la suite de notre exposé afin de résoudre de la question : « Lesquels parmi les prisonniers et par quels moyens peuvent-ils conclure de la couleur du disque qu'ils portent eux mêmes dans le dos ? ».

Pour l'instant nous avons obtenu ici l'explication de l'expression de *l'instant du regard* pour la condition : « Ils ne sont pas tous noirs. ».

S*avoir que les ronds ne sont pas tous noirs* A_0 assure le sujet qui *voit tous les autres noirs* $(\bigwedge_{j=1}^{j=n} p_j)$, en un instant, l'instant d'un regard, qu'*il porte lui-même un disque blanc*.

$$A_0 = ((\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j) \Rightarrow \neg\, p_1)$$

Mise au point sur les i

C'est une chose qui peut être de quelques intérêt pour les incrédules qui n'arrivent pas à lire Lacan, ce qui est un grand malheur, surtout pour ceux qui l'ont désiré et le dénigre faute de ne pas y être parvenus. Certains, beaucoup, et non des moindres, sont parvenus tout de même, mais à autre chose, quelques résultats plus minables et dérisoires. Ils ont abandonné l'instant d'une déception, sans prendre le temps de comprendre.

Il y en a qui parlent de *sténographie*[7] à propos de la littéralité mathématique, d'autres ou les mêmes, de *quantificateurs* (terme crucial depuis Peirce du langage des prédicats) pour

[7] Le mot : *sténographie,* apparaît dés la première page de la thèse de Herbant, ancien élève de l'école qu'il est facile de lire jusqu'à la seconde page. Après cela devient plus difficile pour les Mimis. Traiter de la part de Herbant, avec précision dans sa thèse, les mathématiques de sténographie, c'est une indication de *méthode*, la même que celle employée par Löwenheim, Skolem ou Gödel.On peut lire à ce propos les crétins dépités dans leur idéalisme totalisant qui annoncent triomphalement, dés les cinquante, *les limites internes du formalisme* à propos des découvertes menant à l'incomplétude, objet de la logique à venir, conduisant *aux progrès internes de la littéralisation* acquis aujourd'hui grâce à Cantor, Gödel et même Turing malgré la niaiserie des *con-gnitivistes* asexués de l'inintelligence linguistique. La formalisation restant un Idéal dont c'est le propre d'être totalisant et ne pouvant qu'être déçu de rencontrer le bord infranchissable qui le constitue. « Il n'y a pas de métalangage. » devient le slogan de notre nouvelle configuration discursive. Le seul avantage de cette histoire prouve que les partisans et les adversaires d'une même cause peuvent partager la même illusion et la même bêtise. Cela

désigner des sujets obnubilés par la mesure (mathématiques prés topologique) alors qu'il serait plus judicieux de les désigner par le terme de « *quantifieurs* » ou de « *pied à coulisse* », tous s'affolent autour du mot *évaluation* au lieu de dénoncé à cette occasion un type de manœuvre discursive analysable.

Il s'agit de la manœuvre chère aux bureaucrates et aux apparatchiks, ces débiles de la « langue de bois » « politiquement correcte », qui consiste à capter quelques mots du discours de la science, pour les accommoder à leur technique de vente (*marketing* de la communication par exemple) et d'aménagement des esprits (*management* du *cognitivisme*).

Le lecteur pourra noter qu'il y a ici la source d'un reproche adressé à Lacan lui-même par ses détracteurs qui le supposent flambeur, du fait de ne pouvoir, eux mêmes faire autre chose que flamber avec les mots. Différence entre un praticien et un bonne élève de l'école qui peut avoir sa fonction dans l'administration. Nous disons que nous faisons la différence entre la pratique effective de Lacan et de quelques autres, ce qui n'est pas, du fait de la libido, un semblant facile, et la façon de la plupart des lacaniens qui veulent paraître, se contentant du semblant d'imitation.

De ce fait la critique et le scandale de ceux que l'on réprouve devient impossible pour ces gens là. Nous leur souhaitons bonne chance en enfer car ils sont redevenus religieux (le père sans Lacan) et réactionnaires (la finance sans Balzac).

Nous utiliserons constamment dans ce cas ordonné le résultat de notre commentaire qui montre comment des formules présentant la structure des A_i peuvent être décisive de permettre une conclusion du fait de constater *en un instant* la présence de la situation décrite par l'antécédent qu'elles contiennent. Dans le cas contraire la conclusion qu'on peut en tirer sera aussi apophantique, c'est à dire asserter avec certitude.

1. **Formulation du problème ordonné**

Les n prisonniers sont disposés en ligne dans un ordre fixe qui fait que chacun ne voit pas la couleur du disque que portent ceux qui le précèdent ni celui qu'il porte lui même et vois la couleur du disque porté par ceux qui sont devant lui et qui le suivent dans l'ordre choisi.

Tous les prisonniers savent que la décision dépendent d'un axiome

Au début il y a une définition.

Définition

Les propositions p_j marquent la place des phrases du type : « Le disque porté par le prisonnier j est noir. »

Qui donne son sens à un axiome.

l'axiome de l'instant du regard

pour $n \geq 2$ entier les prisonniers disposent de l'axiome qu'il doivent savoir

$$A_0 = A_1^n.$$

Alors

Chacun parle à son tour. En partant de l'indice 1 jusqu'à l'indice n.

---

complique la polémique dont on a raison, comme Freud, de ce méfier si elles est menée par des incapables qui la transforment, par un mésusage, en question de mots.

Reprendre le terme de : *sténographie,* sans en avoir la pratique effective, c'est se reconnaître un nain qui veut se hisser sur les épaules d'un géant. Que Lacan ait favorisé ce style, nous ne croyons pas que ce soit malgré lui, cela reste une question pertinente à poser, mais de bonne foi, à sa stratégie puisqu'il a aussi dénoncé ce style.

Chacun entend ce qui disent ceux qui le précèdent mais il ne les voit pas, ni les disques qu'ils portent dans le dos.

Chacun voit ceux qui le suivront dans l'ordre de la parole, sans pouvoir savoir ce qu'ils diront quand leur tour viendra, mais il voit a fortiori le disque que ceux-ci portent dans le dos.

Dans ces conditions, chacun est invité à dire, lorsque vient son tour, s'il peut conclure C_i ou non $\neg C_i$ de la couleur du disque qu'il porte dans le dos, et par conséquent ce quelle est entre blanc et noir, en fonction de ce qu'il a entendu de ceux qui le précèdent et de ce qu'il voit de ceux qui le suivent.

Nous savons que l'on place un disque blanc dans le dos de chacun et de tous par conséquent.

La question devient : « Quels sont ceux qui peuvent conclure ? » et par suite, sortir du jeu et être libérés.

Cette situation est injuste, plus que simplement arbitraire. Elle est arbitraire pour chacun du fait de la place qui lui a été assignée, mais nous allons voir en quoi elle est injuste par définition du fait de cet arrangement ordonné, réduit à un ordre fixe, et restrictif pour la plus part si nous le comparons au cas désordonné proposé par Lacan dans son écrit[8] et que nous voulons résoudre dans la seconde partie grâce à cette première étape et aux moyens littéraux qu'elle va nous fournir.

Nous pouvons même préciser en demandant : « Quel est le premier à pouvoir conclure de manière exacte et recouvrer la liberté ? » mais nous allons voir que cette précision ne sert à rien, le premier à pouvoir conclure est le seul à conclure.

2. **Résolution du problème**

Nous introduisons une série de propositions qui se disent dans la langue par une phrase du type : « Le prisonnier i peut conclure. » que nous notons par la lettre indexée,

C_i = « Le prisonnier i peut conclure. ».

Ici aussi l'usage de la *deixis* permet de donner un équivalant de cette expression lorsque le prisonnier i la prononce, il dit : « Je ne peux pas conclure. ».

Cette situation n'est plus de stricte logique mais devient mathématique du fait de porter sur des énoncés singuliers propres à notre problème (Quine[9]).

A partir des données du problème, nous devons énoncer un théorème sous l'aspect d'un lemme nécessaire aux raisonnements de chacun et à la solution du problème. Ce lemme, introduit dans le commentaire (métalangage), qui porte sur ce type de propositions

---

[8] J. Lacan « *LE TEMPS LOGIQUE et l'assertion de certitude anticipée* » p. 197 dans ÉCRITS, Seuil, 1966 Paris désormais ÉCRITS (volume 1).

[9] Le lecteur peut savoir que depuis Gödel et grâce à lui la démarcation introuvable, pour Couturat par exemple à la jointure du siècle précédant malgré Russel, entre logique et mathématiques est devenue formulable par Quine. De manière élémentaire elle consiste à constater que l'emploi de la logique pour écrire *une théorie singulière*, caractérisée par l'introduction d'*un prédicat singulier*, par exemple *la théorie des ensembles* qui est la théorie du *prédicat spécifique* de deux variables ($x \in y$) dit de l'appartenance ou du dedans, prédicat particulier axiomatisé précisément pour définir cette théorie, peut rendre cette logique incomplète comme c'est le cas avec les ensembles ordinaux qui forment une arithmétique, discours portant sur le nombre. Le ordinaux offrent la possibilité de l'exercice du second théorème de Gödel démontrant l'incomplétude ce toute théorie comprenant l'arithmétique. Ainsi selon Quine la logique canonique classique est consistante et complète (premier théorème de Gödel) et le reste à condition de ne pas s'en servir en mathématiques par exemple, du fait de courir le risque de l'incomplétude logique.

singulières, est donc mathématique et non de logique[10] mais fait apparaître la raison de l'avancé de la vérité qui, ainsi, ne présente plus de mystère.

Notons C_i la proposition singulière « Je peux conclure. » formulée par le sujet i qui constate la vérité (empirique) de la proposition p.

Définition

Si p est une proposition apophantique les propositions noté C_{ip} , $(i \neq n)$ écrivent des phrases singulières, équivalentes entre elles pour un même i à divers titres, et en particulier à

C_{ip} = « Le sujet i qui constate p peut en conclure quelque chose. ».

Lemme de l'assertion

Pour $1 \leq i \leq n-1$ et deux propositions quelconques p et q,

Si $(p \Rightarrow q)$ alors $(p \Leftrightarrow C_{ip})$.

Démonstration

Celle-ci est facile à établir grâce à la clause déductive de détachement (*Modus Ponens*) qui s'écrit,

(M.P.) Si P et $(P \Rightarrow Q)$, alors Q.

en effet, deux cas peuvent se présenter en logique apophantique sous la condition $(p \Rightarrow q)$,

1 - soit le sujet i constate ce que dit la proposition p, dans ce cas p est vraie,
alors « le sujet i peut conclure q » en suivant (M.P.),

2 - soit le sujet i ne constate pas ce que dit p, dans ce cas $\neg$ p est vraie,
alors « le sujet i *ne* peut *pas* conclure q » selon (M.P.),

ainsi sachant que

« le sujet i *ne* peut *pas* conclure q »

est précisément ce que nous notons d'une négation du fait de sa structure syntaxique

$\neg$ « le sujet i peut conclure q »

et du fait du même mouvement, entre p et $\neg$ p, de cette négation pour p nous pouvons aussi écrire,

($p \Leftrightarrow$ « le sujet i peut conclure q»)

ce qui correspond à la fonction de l'équivalence déductible en logique classique puisque

$(p \Leftrightarrow X)$ s'accompagne par équivalence nécessaire de $(\neg p \Leftrightarrow \neg X)$

Mais sans même nous référer à la conclusion q, avec

C_{ip} = « Le sujet i qui constate p peut en conclure quelque chose. ».

(M.P.) nous assure que

Si, si $(p \Rightarrow q)$ et p, alors q, alors C_{ip}.

et

Si, si $(p \Rightarrow q)$ et $\neg$ p, alors ? = silence, alors $\neg C_{ip}$.

dont nous pouvons conclure

$$(p \Leftrightarrow C_{ip})$$

puisque $(p \Rightarrow C_{ip})$ et $(\neg p \Rightarrow \neg C_{ip})$.

N.L.E.D.

---

[10] Voici un exemple de cas où la psychanalyse présente un théorème authentique de mathématiques. Ceci pour les incrédules qui réclament ce type de critères, alors que la psychanalyse n'en est pas pour autant scientifique et demande un engagement du sujet dont rien ne permet de faire l'économie qui resterait folie ordinaire (surmoi).

Dans le cas où « le sujet i qui parle » est «le sujet qui constate p » pour nous nous rencontrerons ce cas lorsque $1 \leq i \leq n\text{-}1$, il peut paraphraser C_{ip} en une ellipse C_i par la phrase : « Je peux conclure. »

Pourvue de cette définition et de ce *lemme de l'assertion* nous pouvons écrire le raisonnement de chacun des prisonniers selon sa place.

Exposé du raisonnement dans le cas ordonné

Le processus est modulé selon les trois périodes

0 - L'axiome de *l'instant du regard.*

i - La série des conclusions impossibles constituant *le temps pour comprendre.*

n - L'ultime conclusion venant au *moment de conclure.*

qui se trouvent déjà mis en place dés cette présentation du *temps logique* réduit du fait d'un ordre imposé aux prisonniers dans leur possibilité de voir les autres et de répondre selon le rang qui leur est assigné.

0 - l'axiome de *l'instant du regard* dans le cas ordonné.

Cet axiome s'écrit $A_0 = A_1^n$ pour formuler que les n disques ne sont pas tous noirs. C'est la négation de la conjonction de tous les disques sont noirs

$$A_1^n = [\neg (\bigwedge_{j=1}^{j=n} p_j)].$$

mais qui n'écrit pas combien il y a de disques noirs et combien il y a de disques blancs, cette négation écrit seulement qu'il en manque au moins un noir ou plus sans exclure qu'il n'y en a aucun et qu'ils sont tous blancs.

Passons à la période suivante.

i - *Le temps pour comprendre* qui se décompose en chaque étape i, $1 \leq i \leq n\text{-}1$ où un prisonnier occupe la place i dans la file, voit venir, à son tour, de parler.

Commençons par l'étape i = 1.

1 - Nous proposons le différentes possibilités qui s'offrent au prisonnier placé en tête de la ligne et les déductions qu'il peut en tirer grâce au matériaux d'écriture que nous avons accumulé jusqu'ici dans ce qui précède.

1_0 - Tout ce que sait le premier prisonnier de la série, c'est l'axiome

$$A_0 = ((\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j) \Rightarrow \neg p_1)$$

Mais nous supposons qu'il sait le lire comme nous avons appris à le lire afin de le formuler grâce à une implication, ce que nous reproduisons ici.

1_1 - il se trouve de ce fait devant deux possibilités.

$1_{1.1}$ - s'il constate que ceux qui le suivent selon les numéros d'ordre j allant tels que $2 \leq j \leq n$ et sont devant lui en fait mais lui tournant le dos, offrant ainsi à sa vue les disques qu'ils portent dans le dos, portent tous un disque noir, ce que nous écrivons grâce à notre formule élémentaire de base

$$\neg A_1 = (p_j)$$

il peut conclure de manière certaine et asserter C_1 : « Je peux conclure. » ce dont nous faisons un équivalent, par notre *lemme de l'assertion*, de ce qu'il a pu constater dans ce cas

$$C_i = \neg A_i,$$

Le lecteur peut apprécier ici la fonction de notre lemme mathématique parce que propre à notre problème, il ne s'agit plus de logique proprement dite au sens de Frege.

Dans ce cas il peut, donner sa conclusion, ce qui est une conséquence secondaire pour nous maintenant, en disant qu'il porte un disque blanc. Nous écrivons cela dans notre jeu d'écriture

$$\neg p_i = \text{« Je ne porte pas un disque noir. »},$$

en effet d'après la clause de détachement (M .P.)

$$((A_0 \wedge \neg A_1) \Rightarrow \neg p_1)$$

sachant que $A_0 = (\neg A_1 \Rightarrow \neg p_1)$ le détachement se produit bien ainsi

$$(((\neg A_1 \Rightarrow \neg p_1) \wedge \neg A_1) \Rightarrow \neg p_1).$$

C'est l'argument que nous avons utilisé pour démontrer notre lemme.

Il conclu alors en fonction de ce qu'il sait de l'axiome, et de ce qu'il voit $\neg A_1$ de ceux qui le suivent dans l'ordre où ils sont, lui tournant le dos.

Ajoutons un nouveau type de caractères dans notre jeu d'écriture avec celui qui désigne l'expression de la réponse, celle même qu'on leur demande. Dit par le premier prisonnier,

$$R_1 = \neg p_1 = \text{« Je porte un disque blanc. »}$$

Pour notre part nous savons que ceci ne se produira pas puisqu'on nous a prévenu que les disques disposés dans le dos de tous les prisonniers ainsi alignés, sont blancs. Mais nous ne pouvons omettre cette possibilité dans le raisonnement, surtout pour le raisonnement d'un prisonnier qui n'est pas au fait de cette disposition et de ce choix.

$1_{1.2}$ - Si le premier prisonnier constate que les disques que portent ceux qui le suivent, ne sont pas tous noirs

$$A_1 = \neg \left(\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j \right)$$

il ne peut pas conclure et ne peut asserter que $\neg C_1$: « Je ne peux pas conclure. » ce dont nous avons établi, par notre *lemme de l'assertion*, l'équivalence avec ce qu'il a pu constater dans ce cas

$$\neg C_1 = A_1$$

c'est même la situation qui se produit dans le cas qui nous et proposé du fait que las prisonniers portent tous un disque blanc.

La situation qui s'offre dans ce cas au prisonnier suivant est donc

- de connaître l'existence de l'axiome de l'instant du regard, étant entendu qu'il sait l'utiliser

et

- d'avoir entendu le prisonnier n°1 qui le précède, déclarer $\neg C_1$: « Je ne peux pas conclure. » qu'il peut savoir d'après notre lemme traductible en A_1 qui écrit ce que dit en fait la premier prisonnier.

Voilà résolu l'énigme de la source du savoir de chacun. Chacun sait par ce qu'il voit sans doute mais aussi par ce qu'il entend, si il sait l'entendre c'est à dire si il sait le lire.

Voici comment s'écrit ce que le premier prisonnier passe au second dans le cas qui nous intéresse où tous les disque sont blancs,

$$(A_0 \wedge \neg C_1),$$

ce qui veut dire

$$[A_0 \wedge A_1].$$

Ici une nouvelle précision de logique s'impose. Nous pouvons simplifier cette expression en reprenant le définitions de chacun de ses termes sachant la loi logique

$$[(\neg (p \wedge q) \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg q]$$

car $(\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q))$ et $((\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q) \Leftrightarrow \neg q)$.

et si le lecteur reprend les définitions de ces termes à partir de la définition des A_i donnée au début pour i quelconque, le reste de cette première étape à l'adresse de ceux qui savent lire est donc identifiable d'après ce que nous venons de dire et s'écrit

$$([\neg (\bigwedge_{j=1}^{j=n} p_j) \wedge \neg (\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j)] \Leftrightarrow \neg (\bigwedge_{j=2}^{j=n} p_j)),$$

soit

$$([A_0 \wedge A_1] \Leftrightarrow A_1)$$

où nous constatons que A_1 se substitue à l'axiome A_0 pour le prisonnier suivant, représentant le gain de cette première étape pour lui et les suivants, sur *l'instant du regard*, soit un autre temps, second et moins instantané, pour le regard.

Passons aux étapes où i est quelconque.

i - Nous reprenons les mêmes données et les mêmes déductions déjà exposées pour le n°1 avec une légère variation liée à la place différente de chacun, mais les situations sont comparables et peuvent même être identifiée entre elles, ce que prouve notre système d'écriture récurrent.

Seul l'utilisation de l'axiome n'est plus directe mais différé du fait des non-conclusions successives des prisonniers précédents.

i_0 - Le prisonnier n°i sait déjà grâce à l'axiome A_0 et par les assertions, c'est une certitude entendue, des différentes *absences de conclusions* de ceux qui le précédent, numéroté : j, $1 \leq j \leq i\text{-}1$, que lui et ceux qui le suivent j allant de $(i+1) \leq j \leq n$, ne sont pas tous noirs, car nous avons vu à la fin du cas précédent comment, d'après les lois de la logique, la série de l'axiome et des non conclusions intermédiaires se résument à A_{i-1} qui se substitue à la fonction de l'axiome A_0

$$(A_0 \wedge \neg C_1 \wedge ... \wedge \neg C_{i-1}) = A_{i-1}$$

i_1 - il se trouve de ce fait devant les deux possibilités

$i_{1.1}$ - s'il constate que ceux qui le suivent et sont devant lui, lui tournant le dos, sont tous noirs

$$\neg A_i$$

il peut conclure de manière certaine et asserter C_i : « Je peux conclure. » ce dont nous faisons un équivalent par notre *lemme de l'assertion* de ce qu'il a pu constater dans ce cas

$$C_i = \neg A_i.$$

Ou il peut, ce qui est une conséquence, donner sa conclusion en disant qu'il porte un disque blanc. Ce que nous écrivons dans notre jeu d'écriture

$\neg p_i =$ « Je ne porte pas un disque noir. »,

en effet

$$((A_{i-1} \wedge C_i) \Rightarrow \neg p_i).$$

Il conclu alors en fonction de ce qu'il sait en plus de l'axiome, pour l'avoir entendu de ceux qui le précédent A_i^n et de ce qu'il voit C_i de ceux qui le suivent dans l'ordre où ils sont et lui tournent le dos, mais sont ainsi visible devant lui et surtout est visible la couleur du disque qu'ils portent dans le dos.

Nous utilisons le type de caractères introduit plus haut dans notre jeu d'écriture logique pour noter la conclusion elle-même, lorsque le n°i doit le dire puisque c'est ce qu'on lui demande.

$$R_i = \neg\, p_i = \text{« Je porte un disque blanc. »}$$

Répétons que pour notre part nous savons que ceci ne se produira pas puisqu'on nous a prévenu que les disques disposés dans le dos de tous les prisonniers ainsi alignés, sont blancs.

$i_{1.2}$ - s'il constate que ceux qui le suivent n'étant pas tous noirs

$$A_i$$

il ne peut pas conclure et ne peut asserter que $\neg\, C_i$: « Je ne peux pas conclure. » ce dont nous faisons un équivalent par notre *lemme de l'assertion* de ce qu'il a pu constater dans ce cas

$$\neg\, C_i = A_i$$

transmettant ainsi une nouvelle donnée du problème à ceux qui le suivent dans l'ordre imposé et résolvant de manière définitive la raison qui fait l'énigme de la solution, l'altérité de la réponse venant des autres entendus plus que ceux qui sont vus.

Et ainsi de suite à chaque étape i jusqu'à i = n-1.

n - A la dernière étape, celui qui occupe la place n a entendu tous les autres et ne vois rien devant lui puisqu'il n'y a plus personne, pourtant vient pour lui *le moment de conclure*.

n_0 - il sait déjà qu'il est blanc, parce que celui qui le précède immédiatement lui dit qu'il n'est pas noir, $\neg\, p_{n,}$ en ne concluant pas, $\neg\, C_{n-1}$. Il le sais maintenant et n'a pas besoin de l'axiome, car ses réductions successives l'on conduit à sa plus simple expression, il peut conclure, sa conclusion est indépendante de sa raison, il suffit qu'il traduise par *le lemme de l'assertion* ce qu'il a entendu.

Ici la déduction logique par laquelle les différentes absences de conclusion de tous les autres ne valent que pour avoir réduit l'axiome à sa plus simple expression et permis à l'avant dernier de formuler son absence de conclusion ne joue plus leur rôles déductifs.

La négation décisive est dire de porter sur un seul terme

$$A_{n-1} = \neg\,(\bigwedge_{j=n}^{j=n} p_j) = \neg\, p_n.$$

Ainsi c'est l'équivalent entre la non conclusion de l'avant dernier et la réponse du dernier qui le lui dit explicitement pour la logique, de cette manière apparemment détournée pour le discours qui permet à ce dernier de conclure. L'avant dernier en déclarant qu'il ne peut pas conclure lui dit qu'il peut conclure en lui donnant la réponse recherchée, « Le seul qui reste n'est pas noir.» car i = n.

$$.\ \neg\, C_{n-1} = \neg\, p_n = C_n = R_n$$

« Le prisonnier n porte un disque blanc. » se traduit pour ce prisonnier en : « Je peux conclure. » car équivaut à « Je porte un disque blanc. », *à la dernière extrémité*, au dernier instant, alors qu'il n'a plus rien à voir devant lui, parce que son prédécesseur lui a dit.

Le problème réduit est résolu, donnant, ainsi, les moyens de l'écriture de la solution dans la 2ème Partie du TEMPS LOGIQUE en tant que tel.

3. **Enseignement et commentaires**

Mais avant d'entreprendre la rédaction de cette seconde partie reprenons la première partie pour établir un résumé et les conséquences diverses de cette réduction.

Résumé

Reprenons le déroulement des raisonnements dans le cas ordonné qui nous sert de propédeutique. Nous retiendrons, de ce premier passage ordonné, les pas suivants qu'il ne faut pas rater dans leur ordre.

Le processus est déjà modulé, pour n prisonniers, selon les trois épisodes désignées par Lacan.

0 - L'axiome de *l'instant du regard* noté : $I_{r\,n}. = A_0$.

i - Les conclusions impossibles constituent *le temps pour comprendre* noté :

$$T_{c\,n} = \left(\bigwedge_{i=1}^{i=n-1} \neg\, C_i\right).$$

i_0 - Le prisonnier n° i, $1 \leq i \leq n-1$, sait déjà : A_{i-1}, d'après ce que nous allons apprendre de cette étape de la récurrence.

i_1 - Le prisonnier n° i se trouve de devant deux possibilités.

$i_{1.1}$ - s'il constate que ceux qui le suivent et sont devant lui, lui tournant le dos, sont tous noirs : $\neg\, A_i$, il pourra asserter C_i (or $C_i = \neg\, A_i$ d'après *le lemme de l'assertion*) et conclura $R_i = \neg\, p_i$.

Mais cette situation n'est pas celle qui se présente dans le cas que l'on nous propose et qui seul nous intéresse, mais elle a son importance structurale pour la suite.

$i_{1.2}$ - s'il constate que ceux qui le suivent ne sont pas tous noirs : A_i, il déclarera qu'il ne peut pas conclure : $\neg C_i$.

C'est le cas qui se produit dans ce que l'on nous propose où les disques placés dans le dos des prisonniers sont tous blancs, et ainsi le tour passera au prisonnier suivant : n° i+1, qui a appris $\neg\, C_i = A_i$.

Et ainsi de suite jusqu'au prisonnier n° n-1.

n - L'ultime réponse venant au *moment de conclure* noté : $M_{c\,n} = C_n$.

Pour le dernier prisonnier, indexé par : n, il apprend de l'avant dernier grâce au processus régulier $\neg C_{n-1}$ qui vaut cette fois, de manière exceptionnelle pour lui, pour la réponse qu'on lui demande et qu'il a pu croire devoir déduire de la situation, $\neg C_{n-1} = \neg\, p_n$. Ainsi il peut conclure $C_n = R_n = \neg\, p_n$ qui se trouvent déjà mis en place dés cette présentation du *temps logique* réduit du fait d'un ordre imposé aux prisonniers dans leur possibilité de voir les autres et de répondre selon le rang qui leur est assigné.

Fin du processus.

Formule du raisonnement

Donnons pour résumer la formule du raisonnement conduisant à la solution,

$$\mathscr{R}_n = [(I_r \wedge T_{c\,n}) \Rightarrow M_{c\,n}]$$

qui peut s'écrire de façon encore plus précise,

$$\mathscr{R}_n = \left[\left(A_0 \wedge \left(\bigwedge_{i=1}^{i=n-1} \neg C_i\right)\right) \Rightarrow C_n\right]$$

où $\quad I_{r\,n}. = A_0, \quad T_{c\,n} = \left(\bigwedge_{i=1}^{i=n-1} \neg\, C_i\right) \quad$ et $\quad M_{c\,n} = C_n$

sont exactement substituées.

Grâce à la thèse classique qui veut que

$$[((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))],$$

notre expression peut être transformée en

$$\mathscr{R}_n = [A_0 \Rightarrow ((\bigwedge_{i=1}^{i=n-1} \neg C_i) \Rightarrow C_n)]$$

ou mieux encore par emploi de la thèse à chaque étape du raisonnement, en une expression où apparaît l'unique connecteur de l'implication à l'exclusion des autres,

$$\mathscr{R}_n = [A_0 \Rightarrow ((\Longrightarrow_{i=1}^{i=n-1} A_i) \Rightarrow \neg p_n)].$$

Nous utiliserons cette formule avec ses tenants et ses aboutissants dans la seconde partie de cette étude du Temps logique et de l'assertion de certitude anticipée.

De l'assertion de certitude et de l'assertion anticipée

Nous pouvons constater dans ce problème préalable que les assertions vérifient la Loi de la Parole, la fonction phallique. Cette Loi est bien différente de la parole pour le linguiste comme F. de Saussure qui n'en retient seulement que l'aspect diachronique. Le caractère apophantique des propositions s'imposent du fait du constat effectif des situations empiriques rencontrées, comme un oui ou un non sans équivoque.

Nous verrons comment nous reconduirons les dires des prisonniers à ce trait du dire effectif, après une série d'*assertion anticipées* qui valent comme ratages et dénis, ou suppléances constitutives de la névrose et de la perversion en tant que renoncements producteur de culpabilité (surmoi) chez ceux qui ne vont pas jusqu'au bout de leur désir.

Ratages et dénégations suivies, comme dans la chanson de Boris Vian : « Y a quelque chose qui cloche, j'y retourne immédiatement... », nécessaires à l'avancé de la vérité dans le cas du Temps logique rédigé par Lacan comme nous allons le démontrer dans la seconde partie de cette étude littérale. Nous interrompons ici cette excursion un peu commerciale à l'adresse des incrédules.

Constatons une conséquence principale du traitement ordonné de l'épreuve imposée au prisonniers sous l'aspect d'un théorème facile à démontré à partir des éléments développés jusqu'ici et de notre *lemme de l'assertion*.

Théorème principal (des deux modes de conclusion)

Dans le cas de l'épreuve des prisonniers ordonnés en une suite, il y a deux sources différentes conduisant à deux modes différents de conclusion.

1. $C_i = \neg A_i$ ($i \neq n$) le mode de conclusion *du sujet qui voit* que tous les prisonniers situés devant lui portent *tous* un disque noir et qui conclu ainsi je suis blanc.
2. $C_n = \neg p_n$ le mode de conclusion *du sujet qui ne voit rien* mais qui entend toutes les conclusions négatives de ceux qui le précèdent et singulièrement la dernière, puisqu'elle équivaut à lui dire qu'il porte un disque blanc.

Ce théorème qui redit notre lemme d'une autre manière en est une conséquence immédiate et il nous servira dans la seconde partie de cette étude, du cas de l'épreuve où les prisonnier ne sont plus ordonnés en une suite figée mais où tous voient la couleur du disque de tous les autres et sortent pour conclure quand ils le décident.

De la théorie des ensembles et de la topologie générale (conséquence logique)

Nous rencontrons ici une occasion élémentaire de préciser la notion initiale de topologie chez Lacan dans la façon dont la formule

$$(A_0 \wedge A_1 \wedge \ldots \wedge A_{i-1}) = A_{i-1}$$

se réduit à la manière dont cette réduction se produit dés les deux premiers termes

$$([A_0 \wedge A_1] \Leftrightarrow A_1)$$

compte tenu de la structure interne de ces formules dont la définition nous indique comment elles se composent selon un type d'emboîtement spécial où la négation joue un rôle principal, par exemple dans

$$A_0 = \neg\,(p_1 \wedge \neg\, A_1)$$

donnant le composé suivant

$$(\,[A_0 \wedge A_1] \;\Leftrightarrow [\neg\,(p_1 \wedge \neg\, A_1) \wedge A_1]\,)$$

qui va se réduire grâce à la thèse classique

$$(\alpha)\ (\neg\,(p \wedge q) \;\Leftrightarrow (\neg\, p \vee \neg\, q))$$

sur laquelle nous avons pas voulu insister dans le corps de notre exposé du fait quelle est caché dans la relation de l'implication à la conjonction. L'implication est une disjonction ou la négation d'une conjonction.

C'est en ce point que paraît le rapprochement avec la topologie générale, du fait que cette dualité, dite : de De Morgan, dont nous venons de donner une des formules avec (α) entre la conjonction et la disjonction, a servit à produire la différence fondamentale en topologie générale, grâce à la transposition très facile à obtenir, trop facile même, de ces connecteurs en relations entre ensembles, entre les ensembles ouverts et les ensembles fermés, eux mêmes complémentaires entre eux au sens ensembliste[11].

Ainsi la conjonction de A_0 avec A_1 devient

$$(\,[A_0 \wedge A_1] \;\Leftrightarrow [\,(\neg\, p_1 \;\vee A_1) \wedge A_1]\,)$$

où l'on comprend mieux et d'autant plus que la traduction se fait ici assez simple que l'union de deux terme se trouve réduite à l'un d'entre eux par l'intersection avec ce terme

$$(\,[\,(\neg\, p_1 \;\vee A_1) \wedge A_1] \;\Leftrightarrow A_1)$$

soit exactement du fait de la thèse de logique

$$(\,(\,(p \;\vee q) \wedge q\,) \;\Leftrightarrow q\,)$$

ceci même si nous la seconde proposition est elle même une négation de conjonction ce qui ne complique l'affaire qu'en apparence dans le substitution de $\neg\,(r \wedge s)$ à q notée ainsi

$$(\neg\,(r \wedge s)\ !\ q)\,(\,(\,(p \;\vee q) \wedge q\,) \;\Leftrightarrow q\,)$$

et écrit la formule plus longue

$$(\,(\,(p \;\vee \neg\,(r \wedge s)\,) \wedge \neg\,(r \wedge s)\;\,) \;\Leftrightarrow \neg\,(r \wedge s)\;\,)$$

Explicitons cette loi logique portant sur des disjonctions plus ou moins nombreuses dans des diagrammes à la manière de Euler et de Venn où les zones hachurées correspondent à la valeur faux et les zones blanches à la valeur vraie.

$\neg\,(r \wedge s)$ $\qquad$ $(\,(p \;\vee \neg\,(r \wedge s)\,)$

fig.1

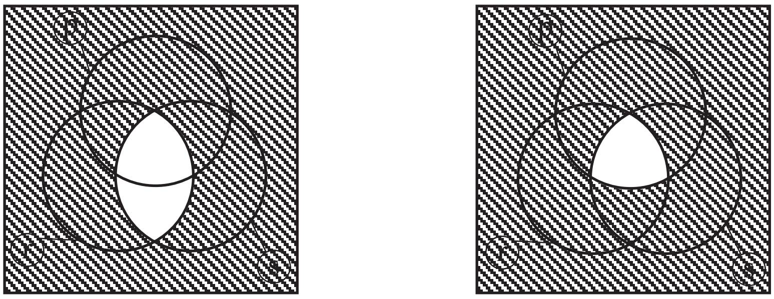
où nous pouvons nous exercer à lire que le second est bien le diagramme de la disjonction de les zones blanches intérieures au cercle p avec les zones blanches de $\neg\,(r \wedge s)$ du premier

---

[11] Voir sur ce point J.M. Vappereau NONS, *Logique, théorie des ensembles et topologie générale*, fascicule de résultats n°0, (à paraître)

diagramme et que la partie blanche commune au deux est bien constituée des zones laissées en blanc dans le premier soit $\neg$ (r $\wedge$ s) lui même.

Inversement il suffit de lire les diagrammes de conjonctions pour apprécier l'envers ou la dualité du décor comme dans l'exemple suivant de (r $\wedge$ s) et de (p $\wedge$ r $\wedge$ s)



(r $\wedge$ s) (p $\wedge$ r $\wedge$ s)

fig.2

pour constater que ici, à l'inverse, c'est le premier diagramme qui montre une zone plus grande que le second diagramme si nous les traduisons[12] en termes ensemblistes parlant d'inclusion, nous dirons que le premier contient le second.

Dans ces situations de disjonctions, de conjonctions et d'implication, il s'agit de filtration, de maximum ou de minimum (d'ordre, de treillis), d'intersection, d'union et de recouvrement (de classes ou d'ensembles) de zones dans cette pratique des notions entre logique et topologie générale.

Les logiciens de l'école polonaise pratiquer ainsi , avant guerre, de façon conjointe la logique et la topologie, à l'époque où Varsovie été une capitale importante de la Logique, avec l'école de Lov-Varsovie créée à l'initiative de K. Twardowski et dont ont fait partie des logiciens comme Lukasiewicz, Tarski, Kotarbinski... qui ont élaboré ce qui deviendra la théorie des modèles. Lacan a lu, dés cette même époque, leurs ouvrages, cela se lit dans ce qu'il écrit.

Cette incidence laisse sa trace jusque dans MÉTHODES DE LOGIQUE (1950) de W. 0. Quine lorsqu'il utilise un théorème topologique de *compacité* dans la démonstration du premier théorème de Gödel qui porte sur la consistance et la complétude du *langage des*

---

[12] Disons pour être précis que la logique n'entretient pas un lien simple avec la théorie des ensembles et la topologie générale (ensembliste selon Fréchet) ou différentielles (des variétés ou combinatoire, toujours selon Fréchet). Lire par exemple de W.O. Quine SET THEORY AND HIS LOGIC pour s'en convaincre. Mais notre traduction locale se soutient d'un emploie du langage qui autorise ce que nous appellerons: la condensation, liée à sa structure de *porte*, qui s'ouvre et se ferme, ou d'accordéon si vous préférez la musique. Battement, pulsation entre faits de langage et commentaire portant sur ces faits. Et ainsi d'un lien entre ensembles, collections, ou classes, et propositions du fait du théorème de Stone qui associe à toute Algèbre de Boole un ensemble dont elle est l'Algèbre de l'ensemble des parties. De la manière élémentaire donnons ici un exemple rudimentaire de correspondance entre intersection ensembliste et conjonction en considérant la définition ensembliste de l'intersection de deux ensembles

$$A \cap B = \{(x \in E) \,/\, ((x \in A) \wedge (x \in B))\}$$

Prévenons le lecteur dés maintenant d'une erreur de registre très courante entre

un ensemble $((\complement_E A) \cup B) = \{(x \in E) \,/\, ((x \in A) \Rightarrow (x \in B))\}$

et une relation entre ensemble $(A \subset B) : \forall x((x \in A) \Rightarrow (x \in B))\}$.

prédicats du premier ordre de la logique canonique classique que nous utilisons dans cette première partie propédeutique au Temps logique.

Mais la topologie de Lacan, pour la psychanalyse, se déploiera ensuite dans la topologie différentielle des *espaces linéaires par morceaux* (piecewise linear), topologie des variétés réparties selon leur nombre de dimensions entre : les graphes (une), les surfaces (deux) et les nœuds (trois), en maintenant le lien avec la logique. C'est les suites de cette étape historique, suites que nous parcourrons, de manière plutôt structurale, dans nos travaux et nos différents ouvrages réunissant les résultats indispensables, écrits à l'adresse des analysants qui souhaitent progresser dans leur analyse contre l'avis des vieux dinosaures jaloux.

De l'essaim signifiant dans le ruissellement et le ravinement du signifié (conséquence algébrique)

Nous voulons signaler la structure de l'essaim signifiant dont nous avons traité dans notre premier fascicule de résultat.

Par opposition à la structure signifiante liée à l'assertion

$$(S_1 \rightarrow S_2),$$

lors d'une rupture de semblant, le ruissellement des petites lettres se produit, définissant, ce que même J. Derrida a saisi chez Lacan, avec la lettre comme précipité du signifiant qui se rompt, et provoque un ravinement du signifiée « dans sa métonymie (dite histoire) »[13].

Nous le rendons par la série dont la structure syntaxique nous occupe à cette occasion.

$$(s_1 \rightarrow (s_1 \rightarrow (\dots (s_1 \rightarrow (s_1 \rightarrow s_2)) \dots)))$$

soit la structure da la précipitation de $(S_1 \rightarrow S_2)$ où $S_1 = s_1$ et

$$S_2 = (s_1 \rightarrow (\dots (s_1 \rightarrow (s_1 \rightarrow s_2)) \dots))$$

Où nous saisissons la fonction de la hâte en logique, dont Lacan fait grand cas en jouant sur le mots : *précipité*, *précipitation*, *hâte*, pour l'opposer à la condensation dans sa démonstration littéraire de « Lituraterre ».

Maintenant pour avancer d'un pas, montrant l'enjeu de cette littéralisation supplémentaire, si nous remplaçons les flèches de la formule de *l'essaim signifiant* par des implication logique, nous retrouvons, dans notre axiome de *l'instant du regard* comme dans la syntaxe du raisonnement entier, le type de formules standards suivant,

$$(1) \qquad (s_1 \Rightarrow (s_1 \Rightarrow (\dots (s_1 \Rightarrow (s_1 \Rightarrow s_2)) \dots))).$$

Dont nous avons montrer grâce à une thèse de logique canonique classique

$$[(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \Rightarrow r)]$$

qu'elle permet la conversion suivante,

$$(2) \qquad (((\dots ((s_1 \wedge s_1) \wedge s_1) \dots) \wedge s_1) \Rightarrow s_2).$$

ou, par associativité de la conjonction, aussi bien,

$$(3) \qquad ((s_1 \wedge s_1 \wedge s_1 \wedge \dots \wedge s_1) \Rightarrow s_2).$$

Si nous connaissons la thèse toujours classique déjà utilisée

$$[((p \wedge q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow \neg (p \wedge q \wedge \neg r)]$$

nous pouvons obtenir moyennant l'emploi de la négation qui spécifie ici la différence de fonction du s_2 en relation avec les s_1,

$$(4) \qquad \neg (s_1 \wedge s_1 \wedge s_1 \wedge \dots \wedge s_1 \wedge \neg s_2) \cong \mathscr{R}_n \cong A_0.$$

---

[13] Lacan apporte un complément à son DISCOURS DE ROME avec cette structure dans J. Lacan « *Position de l'inconscient* » page 835 dans ÉCRITS (volume 1) qui se prolonge dans « *Radiophonie* » jusqu'à « *Lituraterre* » ÉCRITS(volume 2) relever ce complément original permet de rendre lisible cet écrit qui ne tombent pas comme un cheveu sur la soupe comme c'est le cas pour les lecteurs qui ont préférés le séminaire XI contemporain de ce complément mais absent du séminaire à ce moment.

C'est en effet la structure syntaxique du raisonnement et de l'axiome à quelques différences près dans les termes redondants.

Du retournement des tores enveloppants et enveloppés (conséquence topologique)

Les deux formules

$$(1) \qquad (s_1 \Rightarrow (s_1 \Rightarrow (\dots (s_1 \Rightarrow (s_1 \Rightarrow s_2)) \dots)))$$

et

$$(2) \qquad (((\dots ((s_1 \wedge s_1) \wedge s_1) \dots) \wedge s_1) \Rightarrow s_2)$$

présentent une inversion des parenthèses dans leur disposition entassée de la fin de la première et au début de la seconde, caractéristique de la géométrie des névroses et ses perversions dans l'instant du fantasme où se projette la topologie du sujet dans l'histoire précise Lacan comme nous le rappelons plus haut.

Nous montrons[14] ce retournement de l'essaim signifiant avec le modèle d'une chaîne Finkéenne enveloppée dans des tores emboîtés, en hommage à Soury qui a souligné le caractère fondamental du faux trou[15], du tore et de son retournement dont Lacan thématise *l'identification freudienne primaire* dans son séminaire[16] et ses écrits[17].

Nous passons maintenant dans notre seconde partie à l'étude du TEMPS LOGIQUE ou *de l'assertion de certitude anticipée* en tant que qu'elle fut proposé par Lacan dans son écrit princeps.

Fin de la première partie

---

14 J.M. Vappereau ESSAIM, *le groupe fondamental du nœud*, fascicule de résultats n°1, Topologie en extension et Point Hors Ligne, 1985 Paris (épuisé chez les éditeurs).

15 J. Lacan LE SINTHOME séminaire livre XXIII 1975-1976, leçons du 18 novembre 1975, 10 février, 9 mars (définition magistrale) et 13 avril 1976, Seuil, 2005 Paris.

16 J.Lacan L'IDENTIFICATION séminaire livre IX 1961-1962, (inédit) dont il existe deux versions hors commerce dont une excellente.

17 En particulier J. Lacan « *L'étourdit* » page 486, dans ÉCRITS (volume 2) pages 449-495. Ici Lacan a pratiqué dans son commentaire une inversion du tore si on compare celui-ci à ce qu'il explique de la demande et du désir dans le séminaire de 1962, dont personne n'a remarqué l'exercice littéraire et dont tous se fiche absolument tant il n'y entendent rien encore aujourd'hui. Mais cela viendra avec le temps, vu l'importance, à de nombreux autres propos, de cette inversion, pratiquée sans se dédire ni se contredire, dans son genre qui relève d'une logique consistante et incomplète nécessaire à son étude.